


ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
«БОГАТОВСКОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ УЧИЛИЩЕ»

РАССМОТРЕНО

На заседании методической
комиссии
общеобразовательных дисциплин

 / Мажминова В.Ф.
« 28 » 08 20 15 г.

УТВЕРЖДАЮ

Директор ГБПОУ «Богатовское
профессиональное училище»

 / А.В. Чугунов/
20 15 г.

Методические рекомендации по выполнению самостоятельных работ

по учебной дисциплине

ЕН.01. «Математика»

для специальности

38.02.01 «Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)»

Богатое, 2015

Методические рекомендации по выполнению самостоятельных работ предназначены для организации работы на практических занятиях по учебной дисциплине ЕН.01. «Математика», которая является важной составной частью в системе подготовки специалистов среднего профессионального образования.

Методические рекомендации имеют самостоятельную направленность и значимость. Формируемые в процессе самостоятельных занятий умения могут быть использованы студентами в будущей профессиональной деятельности.

Методические рекомендации предназначены для студентов средних профессиональных учебных заведений, изучающих учебную дисциплину ЕН.01. «Математика» и могут использоваться на учебных занятиях.

Составитель: Киселева Е.В.,

ГБПОУ «Богатовское профессиональное училище»

Содержание

Пояснительная записка	4
Указания к выполнению ВСР	7
Перечень тем внеаудиторной самостоятельной работы	16
Самостоятельная работа №1: «Определители второго и третьего порядка»	17
Самостоятельная работа №2: «Понятие числовой последовательности, виды последовательностей, предел последовательности и его свойства».	19
Самостоятельная работа №3: Реферат на тему «Графическое решение уравнений и неравенств».	19
Самостоятельная работа №4: «Расчётно-графическая работа по построению графиков функции с помощью производной»	20
Самостоятельная работа №5: Реферат на тему «Понятие дифференциала и его приложения».	20
Самостоятельная работа №6: Реферат на тему «Схемы повторных испытаний Бернулли»	21
Самостоятельная работа №7: «Предел, связанный с числом e ».	21
Самостоятельная работа №8: «Решение прикладных задач».	21
Самостоятельная работа №9: «Интеграл и его применение».	23
Самостоятельная работа №10: «Приближенные методы вычисления определенного интеграла».	23
Самостоятельная работа №11: «История открытия комплексных чисел».	23
Самостоятельная работа №12: «Тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел».	24
Самостоятельная работа №13: «Действия над комплексными числами».	24
Самостоятельная работа №14: «Решение задач, применяя формулу Бинома Ньютона».	27

Пояснительная записка.

Самостоятельная работа по математике – это педагогически управляемый процесс самостоятельной деятельности студентов, обеспечивающий реализацию целей и задач по овладению необходимым объемом знаний, умений и навыков, опыта творческой работы и развитию профессиональных интеллектуально-волевых, нравственных качеств будущего специалиста.

Выделяют два вида самостоятельной работы:

- аудиторная, выполняется на занятиях под руководством преподавателя и по его заданию;

- внеаудиторная, выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Основные виды аудиторной самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины ЕН.01. «Математика» формулировка вопросов студентам, преподавателю;

- выполнение письменных заданий, тестирование;
- выступление с сообщением по новому материалу;
- конспектирование, работа с книгой;
- выполнение самостоятельных работ.

Основные виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины ЕН.01. «Математика»:

- работа с учебником;
- конспектирование отдельного вопроса пройденной темы;
- работа со справочной литературой;
- подготовка рефератов и презентаций по темам;
- изготовление наглядных пособий и моделей;
- составление кроссвордов;
- использование Интернета.

Самостоятельная работа студентов проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных знаний и практических умений и навыков студентов;

- углубления и расширения теоретических и практических знаний;

- формирования умений использовать специальную, справочную литературу,

Интернет;

- развития познавательных способностей и активности студентов, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

- развития исследовательских знаний.

Лимит времени для проведения самостоятельной работы студентов аудиторно отводится преподавателем непосредственно на уроке, для каждого вида работы определенный.

Самостоятельные работы являются важным средством проверки уровня знаний, умений и навыков.

Массовой формой контроля являются экзамены. Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;
- умение студента использовать теоретические знания при решении задач;
- обоснованность и четкость изложения ответа;

- оформление материала в соответствии с требованиями ФГОС.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся – планируемая учебная, учебно-исследовательская, проектная работа, выполняемая за рамками расписания учебных занятий по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия и является обязательной для каждого студента.

Целью самостоятельной работы студентов является:

- обеспечение профессиональной подготовки выпускника в соответствии с ФГОС СПО;
- формирование и развитие общих компетенций, определённых в ФГОС СПО;
- формирование и развитие профессиональных компетенций, соответствующих основным видам профессиональной деятельности.

Задачами, реализуемыми в ходе проведения внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся, в образовательной среде колледжа являются:

- систематизация, закрепление, углубление и расширение полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- развитие познавательных способностей и активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления: способности к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- овладение практическими навыками применения информационно-коммуникационных технологий в профессиональной деятельности;
- развитие исследовательских умений.

Объем времени, отведенный на внеаудиторную самостоятельную работу, находит свое отражение:

- в рабочем учебном плане – в целом по циклам основной профессиональной образовательной программы, отдельно по каждому из учебных циклов, по каждой дисциплине, междисциплинарному курсу и профессиональному модулю;
- в рабочих программах учебных дисциплин и профессиональных модулей с ориентировочным распределением по разделам и темам.

Контроль результатов самостоятельной работы обучающихся может осуществляться в пределах времени, отведенного на обязательные учебные занятия и самостоятельную работу по дисциплине математика и может проходить в письменной, устной или смешанной форме с предоставлением изделия или продукта творческой деятельности.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы обучающегося являются:

- уровень освоения учебного материала;
- умение использовать теоретические знания и умения при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общих и профессиональных компетенций.

Указания к выполнению ВСР

1. ВСР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.
5. Оценивание индивидуальных образовательных достижений по результатам выполнения ВСР производится в соответствии с универсальной шкалой (таблица).

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
80 – 100	5	отлично
60 – 79	4	хорошо
50 – 59	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

Методические рекомендации по составлению конспекта

Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта.

Выделите главное, составьте план.

Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора.

Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.

Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

Самостоятельная работа студентов при решении задач

В процессе изучения математики наряду с некоторыми теоретическими сведениями студенты овладевают и закрепляют способы решения задач. Обычно с такими способами знакомит сам преподаватель, показывая решение задач по темам. Наиболее эффективным при этом является такой подход, при котором преподаватель раскрывает перед студентами технологию решения задачи, показывает, чем мотивировано применение некоторого метода решения, чем обусловлен выбор того или иного пути.

Работа над задачей тоже может быть полностью самостоятельной работой студентов. Она преследует несколько целей:

- продолжить формирование умений самостоятельно изучать текст, который в данном случае представляет собой задачу;
- обучить рассуждениям;
- обучить оформлению решения задач. К тому же студенты будут знать, что у них имеется образец рассуждений и оформления задачи, к которому они могут обратиться при решении другой задачи или при проверке правильности своего решения.

Непременным условием усвоения новых теоретических сведений и овладения новыми приемами решения задач является выполнение студентами тренировочных

упражнений, в ходе которого приобретенные знания становятся полным достоянием студентов. Как известно, существуют две формы организации такой тренировочной работы – фронтальная работа и самостоятельная работа. Фронтальная работа на уроках математики – это традиционная, давно сложившаяся форма. Схематически ее можно описать так: один из студентов выполняет задание на доске, остальные выполняют это же задание в тетрадях. Самостоятельная работа студентов на уроке состоит в выполнении без помощи преподавателя и товарищей задания.

Большие возможности для подготовки студентов к творческому труду и самостоятельному пополнению знаний имеет самостоятельное выполнение заданий. В этом случае студент без какой-либо помощи должен наметить пути решения, правильно выполнить все построения, преобразования, вычисления и т. п. В таком случае мысль студента работает наиболее интенсивно. Он приобретает практический навык работы в ситуации, с которой ему неоднократно придется сталкиваться в последующей трудовой деятельности. Вместе с тем самостоятельная работа студентов на уроках математики имеет и свои недостатки. Усилия студента могут оказаться напрасными и не привести к результату, если он недостаточно подготовлен к решению поставленной задачи. Студент не слышит комментариев к решению, а рассуждения, которые он проводит мысленно, могут быть не всегда правильными и достаточно полными, причем возможности обнаружить это студент не имеет. Вообще при самостоятельном выполнении заданий мыслительные процессы не могут быть проконтролированы преподавателем. Поэтому даже верный ответ может оказаться случайным. Исправление ошибок, допущенных при самостоятельной работе, происходит в ходе ее проверки по окончании всей работы. Поэтому, выполняя упражнение самостоятельно, студент, не усвоивший материал, может повторять одну и ту же ошибку от примера к примеру и невольно закрепить неправильный алгоритм.

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение еженедельных домашних заданий.
3. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

В методических рекомендациях Вам предлагается перечень внеаудиторных самостоятельных работ, которые вы должны выполнить в течение учебного года.

При выполнении (ВСР) обучающийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.

Методические рекомендации по выполнению практических занятий

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать

подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Методические рекомендации по написанию контрольной работы

Контрольная работа – промежуточный метод проверки знаний обучающегося с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу. Она призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При выполнении студенты ограничены во времени, могут использовать любые учебные пособия, консультации преподавателя.

Методические рекомендации к написанию реферата

Реферат необходимо сдать в печатном виде на листе формата А4, выполненном шрифтом Times New Roman 14 пунктов.

Требования, предъявляемые к реферату:

Реферат (доклад) должен быть оформлен в MS Word, шрифт текста Times New Roman, 14 пт., интервал 1.

1. Титульный лист (см. приложение 1)
2. Содержание (см. приложение 2)
3. Введение
4. Основная часть реферата
5. Заключение
6. Список используемой литературы (см. приложение 3)

Если возникнут затруднения в процессе работы, обратитесь к преподавателю.

Критерии оценки:

1. Вы правильно выполнили задание. Работа выполнена аккуратно – 5(отлично).
2. Вы не смогли выполнить 2 - 3 элемента. Работа выполнена аккуратно-4(хорошо).
3. Работа выполнена неаккуратно, технологически неправильно – 3(удовлетворительно).

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ
«БОГАТОВСКОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ УЧИЛИЩЕ»**

РЕФЕРАТ

по дисциплине: «Математика»

на тему: «*Указать тему реферата*»

ВЫПОЛНИЛ:

студент группы (*указать группу*)

Фамилия, имя (в Род.п.)

РУКОВОДИТЕЛЬ:

преподаватель

Содержание

Введениестр.

1. Глава 1.....стр.

2. Глава 2стр.

Заключениестр.

Список используемой литературыстр.

Список используемой литературы

1. М.И. Башмаков «Математика», учебник, М.: Издательский центр «Академия», 2014.
2. Профессиональные печатные издания
3. Интернет-ресурс
4. _____

Дополнительные источники:.....

Методические рекомендации по подготовке сообщения

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.
2. Составьте его развернутый план.
3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
4. Объедините близкие по смыслу части.
5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.

Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.

Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:

название презентации;

автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);
год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	<ul style="list-style-type: none">– необходимо соблюдать единый стиль оформления;– нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации;– вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	<ul style="list-style-type: none">– для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	<ul style="list-style-type: none">– на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста;– для фона и текста используются контрастные цвета;– особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после)

	использования)
Анимационные эффекты	<ul style="list-style-type: none"> – нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; – не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	<ul style="list-style-type: none"> – следует использовать короткие слова и предложения; – времена глаголов должно быть везде одинаковым; – следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; – заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	<ul style="list-style-type: none"> – предпочтительно горизонтальное расположение информации; – наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; – если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней
Шрифты	<ul style="list-style-type: none"> – для заголовков не менее 24; – для остальной информации не менее 18; – шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; – нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; – для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; – нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
Способы выделения информации	<p>Следует использовать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – рамки, границы, заливку – разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки – рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	<ul style="list-style-type: none"> – не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более трех фактов, выводов, определений. – наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

Критерии оценки презентации

Критерии оценки	Содержание оценки
1. Содержательный критерий	правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет
2. Логический критерий	стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность
3. Речевой критерий	использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности; фонетическая организация речи,

	правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.
4. Психологический критерий	взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания
5. Критерий соблюдения дизайн-эргономических требований к компьютерной презентации	соблюдены требования к первому и последним слайдам, прослеживается обоснованная последовательность слайдов и информации на слайдах, необходимое и достаточное количество фото- и видеоматериалов, учет особенностей восприятия графической (иллюстративной) информации, корректное сочетание фона и графики, дизайн презентации не противоречит ее содержанию, грамотное соотнесение устного выступления и компьютерного сопровождения, общее впечатление от мультимедийной презентации

Перечень тем внеаудиторной самостоятельной работы

Название разделов, тем внеаудиторной самостоятельной работы	Количество часов	Вид деятельности	Формы контроля
Самостоятельная работа №1: «Определители второго и третьего порядка»	3	Выполнение заданий	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №2: «Понятие числовой последовательности, виды последовательностей, предел последовательности и его свойства». Самостоятельная работа №3: Реферат на тему «Графическое решение уравнений и неравенств».	6	Работа с учебной литературой Выполнение реферата	Проверка конспекта Проверка и защита рефератов
Самостоятельная работа №4: «Расчётно-графическая работа по построению графиков функции с помощью производной» Самостоятельная работа №5 : Реферат на тему «Понятие дифференциала и его приложения». Самостоятельная работа №6: Реферат на тему «Схемы повторных испытаний Бернулли»	6	Выполнение заданий Выполнение реферата	Проверка выполненных заданий Проверка и защита рефератов
Самостоятельная работа №7: «Предел, связанный с числом e ». Самостоятельная работа №8: «Решение прикладных задач».	12	Работа с учебной литературой Выполнение заданий	Проверка конспекта Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №9: «Интеграл и его применение». Самостоятельная работа №10: «Приближенные методы вычисления определенного интеграла».	5	Работа с учебной литературой Выполнение заданий	Проверка конспекта Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №11: «История открытия комплексных чисел». Самостоятельная работа №12: «Тригонометрическая и показательная форма комплексных	6	Работа с учебной литературой Выполнение презентации	Проверка конспекта Проверка презентации

чисел». Самостоятельная работа №13: «Действия над комплексными числами».		Решение задач	Проверка выполненных заданий
Самостоятельная работа №14: «Решение задач, применяя формулу Бинома Ньютона».	4	Решение задач	Проверка выполненных заданий
Итого	35		

Самостоятельная работа №1 «Определители второго и третьего порядка».

Цель: Научиться решать определители первого и второго порядка.

Методические рекомендации.

Определитель n -го порядка представляет собой квадратную таблицу, состоящую из n строк и n столбцов, и обозначается символом:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

числа a_{ij} - элементы определителя, i - номер строки, j - номер столбца, n - порядок определителя.

Диагональ определителя, состоящая из элементов с одинаковыми индексами, называется *главной*, а вторая называется *побочной*.

Определителем n -го порядка называется число, являющееся алгебраической суммой $n!$ членов, каждый из которых есть произведение элементов, взятых по одному из каждой строки и из каждого столбца, причем знак всякого члена определяется входящими в его состав элементами.

Определение 1. Определителем *первого порядка* называется элемент a_{11} :

$$\Delta_1 = a_{11}$$

Определение 2. Определителем *2-го порядка* называется число, которое вычисляется по

формуле:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Определение 3. Определителем *третьего порядка* называется число, которое вычисляется по формуле:

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}$$

Для запоминания формулы используется **правило Сарруса** (правило «треугольников»):

Пример 1. Вычислить определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - (-1) \cdot 3 = 13.$$

Пример 2. Вычислить определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 6 & 5 & 4 \end{vmatrix} = 3 \cdot 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 \cdot 6 + 1 \cdot 5 \cdot 4 - 4 \cdot 3 \cdot 6 - 5 \cdot 5 \cdot 3 - 1 \cdot 2 \cdot 4 = -39$$

Правило Крамера.

Составим определитель из коэффициентов при неизвестных системы (1), который называется определителем системы или главным определителем:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad (2)$$

Если главный определитель $\Delta \neq 0$, то система (1) имеет единственное решение, которое определяется по **формулам Крамера**:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots, x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta} \quad (3)$$

где $\Delta_i (i = 1, 2, \dots, n)$ получаются из Δ при замене столбца i столбцом свободных членов.

Пример 1. Решить систему по правилу Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

Решение:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 3 + 3 - 6 + 1 - 6 = -7$$

$\Delta \neq 0$, значит, система имеет единственное решение.

Вычислим $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 2 - 6 - 4 - 3 + 2 = -7$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 3 + 2 - 6 + 4 - 1 = 0$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 3 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 8 - 6 - 3 - 6 + 12 + 2 = 7$$

Тогда по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1,$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0}{-7} = 0,$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{7}{-7} = -1.$$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = -1$.

Задачи для решения к уроку

Вычислить определители третьего порядка:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 5 & 6 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 5 \end{vmatrix}.$$

Доказать тождества:

$$1) \begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b), \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b).$$

Вычислите следующие определители:

$$\text{№ 1. } \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \\ 5 & -1 & 0 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 2. } \begin{vmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 3. } \begin{vmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 4. } \begin{vmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 8 & 7 & -2 \\ 2 & -1 & 8 \end{vmatrix};$$

$$\text{№ 5. } \begin{vmatrix} 4 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 6. } \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 7. } \begin{vmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 4 & -6 \\ 3 & 7 & 5 \end{vmatrix}; \quad \text{№ 8. } \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix};$$

Решить системы уравнений, методом Крамера.

$$\text{№ 1. } \begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases} \quad \text{№ 2. } \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{№ 3. } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases} \quad \text{№ 4. } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 22 \\ 10x_1 + 5x_2 + x_3 = 23 \end{cases} \quad \text{№ 5. } \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = -2 \end{cases}$$

Самостоятельная работа № 2.

«Понятие числовой последовательности, виды последовательностей, предел последовательности и его свойства».

Цель: Развитие интереса к предмету.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить конспект по предложенной теме.

Методические рекомендации.

Кратко и последовательно изложить содержание лекции.

Самостоятельная работа №3:

Реферат на тему «Графическое решение уравнений и неравенств».
Графическое решение уравнений и неравенств

Цель: Развитие интереса к предмету.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по предложенной теме.

Методические рекомендации

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

Дополнительно, изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1. Графическая интерпретация решения уравнения $f(x) = g(x)$.
2. Графическая интерпретация решения неравенства $f(x) > g(x)$.
3. Определение числа корней уравнения $f(x) = a$ (графическое).
4. Записать решение.

Самостоятельная работа №4

«Расчётно-графическая работа по построению графиков функции с помощью производной».

Цель: закрепление знаний и умений по исследованию функции с помощью производной..

№1 – исследовать на экстремум и построить график функции.

№№2, 3 – провести полное исследование и построить график функции.

№ вар.	№ 1	№ 2	№ 3
1.	$y = \frac{1}{4}(x^5 - 5x^4 + 5x^3 - 1)$	$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$	$y = x^2 e^{-x^2}$
2.	$y = (x-1)^2 \cdot (x-3)^3$	$y = \frac{2}{x^2 + 2x}$	$y = x^2 \ln x$
3.	$y = x^3 - 3x^2 + 6x - 7$	$y = \frac{-x^2 + 10x - 16}{x^2}$	$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$
4.	$y = (x-2)^2 (x-3)^3 \cdot \frac{5^5}{27}$	$y = \frac{2x^2 - 1}{x}$	$y = x + 2 \operatorname{arccctg} x$
5.	$y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$	$y = \frac{4x - 12}{(x-2)^2}$	$y = x e^{\frac{-x^2}{2}}$
6.	$y = -\frac{1}{27}(x^2 - 9)^2$	$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$	$y = (x-1)^2 \cdot \sqrt[3]{(x-2)^2}$
7.	$y = x^3 - 9x^2 + 15x - 3$	$y = \frac{12 - 3x^2}{x^2 + 12}$	$y = \frac{e^{1-x}}{1-x}$
8.	$y = -\frac{1}{16}(x-2)^2 (x+3)^2$	$y = \frac{2x^3 + 1}{x^2}$	$y = x^2 \cdot e^x$

Самостоятельная работа №5

Реферат на тему «Понятие дифференциала и его приложения».

Цель: Развитие интереса к предмету.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по предложенной теме.

Методические рекомендации

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

Самостоятельная работа №6
Реферат на тему «Схемы повторных испытаний Бернулли».

Цель: Развитие интереса к предмету.

Форма самостоятельной деятельности: подготовить реферат по предложенной теме.

Методические рекомендации

Реферат должен быть выполнен с соблюдением методических рекомендаций по написанию реферата.

Самостоятельная работа №7
«Предел, связанный с числом e ».

Цель: *Знать основу появления числа e .*

1) Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1⁰. Сформулируйте теорему о существовании предела:

- а) ограниченной сверху неубывающей последовательности;
- б) ограниченной снизу невозрастающей последовательности.

2⁰. Что такое число e ?

2) Подготовить устный ответ по конспекту.

Самостоятельная работа №8
«Решение прикладных задач».

Цель: *Уметь применять определение производной и ее механический смысл к решению прикладных задач.*

Методические рекомендации

Физический смысл первой производной.

Физический смысл производной заключается в том, что мгновенная скорость движения $\vartheta(t)$ в момент времени t есть производная пути по времени, т.е.

$$\vartheta(t) = \frac{dS(t)}{dt} = S'(t)$$

Физический смысл второй производной.

Ускорение прямолинейного движения в данный момент времени есть первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени.

$$a(t) = \vartheta'(t) = S''(t)$$

Пример.

1. Зависимость пути от времени при прямолинейном движении точки задана уравнением

$$S = t^3 - 6t^2 - 12t + 3.$$

В какой момент времени ускорение движения точки будет равно 24 м/с^2 ?

Решение.

а) Найдем скорость движения точки по формуле: $g(t) = S'(t)$

$$g(t) = (t^3 - 6t^2 - 12t + 3)' = 3t^2 - 12t - 12$$

б) Найти ускорение движения точки по формуле: $a(t) = g'(t)$

$$a(t) = (3t^2 - 12t - 12)' = 6t - 12$$

в) Из условия $a = 24 \text{ м/с}^2$, найти момент времени:

$$6t - 12 = 24$$

$$6t = 36$$

$$t = 6 \text{ с}$$

Ответ: 6 с.

❖ *Правила дифференцирования и таблица производных основных функций.*

Правила.

1. $C' = 0$

4. $(U \cdot g)' = U' \cdot g + U \cdot g'$

2. $x' = 0$

5. $(C \cdot f(x))' = C \cdot f'(x)$

3. $(U \pm g)' = U' \pm g'$

6. $\left(\frac{U}{g}\right)' = \frac{U' \cdot g - U \cdot g'}{g^2}$

Производные основных элементарных функций.

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}, n \neq 0$

8. $(\text{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

2. $(e^x)' = e^x$

9. $(\text{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

3. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

10. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

4. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$

11. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

5. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

12. $(\text{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

6. $(\sin x)' = \cos x$

13. $(\text{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$

7. $(\cos x)' = -\sin x$

Используя методические рекомендации, выполните задания:

1 вариант	2 вариант
<p>1. Тело движется вверх по закону</p> $S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ <p>с начальной скоростью</p> $v_0 = 30 \text{ м/с}, g = 9,8 \text{ м/с}^2$ <p>Через сколько секунд скорость станет равной 10 м/с?</p>	<p>1. Тело движется вверх по закону</p> $S(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ <p>с начальной скоростью</p> $v_0 = 50 \text{ м/с}, g = 9,8 \text{ м/с}^2$ <p>Через сколько секунд скорость станет равной 20 м/с.</p>

2. Найдите силу, действующую на тело массой 5кг , движущееся по закону $S(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t + 1$ в момент времени $t = 3\text{с}$.	2. Тело массой 3кг движется по прямой согласно уравнению $S(t) = 2t^3 - 2t + 3$. Найдите действующую на него силу в момент времени $t = 5\text{с}$.
3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 2\text{кг}$, движущейся по закону $S(t) = 3t^2 + 4$ в момент времени $t = 2\text{с}$.	3. Определить кинетическую энергию точки, массой $m = 3\text{кг}$, движущейся по закону $S(t) = 5t^2 + 2$ в момент времени $t = 3\text{с}$.
4. Точка движется по прямой по закону $S(t) = 2t^2 - 3t - 1$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 2\text{с}$.	4. Точка движется по прямой по закону $S(t) = 3t^2 + 4t - 2$. Найти ускорение точки в момент времени $t = 1\text{с}$.

Самостоятельная работа №9

«Интеграл и его применение».

Цель: Развитие интереса к предмету.

Форма самостоятельной деятельности: создание презентации по заявленной теме.

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентации.

Самостоятельная работа №10

«Приближенные методы вычисления определенного интеграла».

Цель: *Знать метод прямоугольников и метод трапеций вычисления определенного интеграла. Уметь пользоваться формулами прямоугольников и трапеций при нахождении приближенного значения определенного интеграла.*

1. Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1⁰. Вывод формулы прямоугольников .

2⁰. Вывод формулы трапеций .

3⁰. Записать решение .

Самостоятельная работа №11

«История открытия комплексных чисел».

Цель: *Развитие интереса к предмету.*

Форма самостоятельной деятельности: создание презентации по заявленной теме.

Методические рекомендации

Работа должна соответствовать методическим рекомендациям по созданию презентаций.

Самостоятельная работа №12

«Тригонометрическая и показательная форма комплексных чисел»

Цель: Знать тригонометрическую и показательную форму записи комплексных чисел и уметь выполнять действия над к.ч., заданными этими формами.

1. Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

- 1⁰. Запись к.ч. в тригонометрической форме.
- 2⁰. Формулы перехода от алгебраической формы к.ч. к тригонометрической и наоборот.
- 3⁰. Действия над к.ч. в тригонометрической форме.
- 4⁰. Запись к.ч. в показательной форме.
- 5⁰. Формулы перехода от алгебраической формы к.ч. к показательной и наоборот.
- 6⁰. Действия над к.ч. в показательной форме.

Самостоятельная работа №13

«Действия над комплексными числами»

Цель: Уметь выполнять действия над к.ч., заданными разными формами.

Методические рекомендации

Формы комплексного числа.

1. Алгебраическая $z = a + bi$

сложение: $(a_1 + b_1i) + (a_2 + b_2i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$

умножение: $(a_1 + b_1i) \cdot (a_2 + b_2i) = a_1a_2 + (a_1b_2 + a_2b_1)i - b_1b_2$

деление: $\frac{a_1 + b_1i}{a_2 + b_2i} = \frac{(a_1 + b_1i)(a_2 - b_2i)}{(a_2 + b_2i)(a_2 - b_2i)}$

2. Тригонометрическая $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

умножение: $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 (\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 + \varphi_2))$

деление: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} (\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + i \sin(\varphi_1 - \varphi_2))$

возведение в степень: $z^n = r^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

извлечение корня: $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi k}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi k}{n} \right) \right), \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots$

3. Показательная $z = r \cdot e^{i\varphi}$

умножение: $z_1 \cdot z_2 = e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}$

деление: $\frac{z_1}{z_2} = e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)}$

возведение в степень: $z^n = e^{in\varphi}$

Используя методические рекомендации, выполните задания:

1 вариант	2 вариант
-----------	-----------

1. Найдите $\frac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - 8i$	1. Найдите $\frac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -4 + 2i$
2. Найдите модуль к.ч. $z = -2 + 2\sqrt{3}i$	2. Найдите модуль к.ч. $z = 3 - 4\sqrt{5}i$
3. Найдите $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = 6 - 2i$, $z_2 = 3 - 4i$	3. Найдите $z_1 \cdot z_2$, если $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 + i$
4. Изобразите число на комплексной плоскости $z = 2 + 4i$	4. Изобразите число на комплексной плоскости $z = -3 + 4i$
5. Вычислите: $(-5x + 4y^2i) \cdot (5x - 4y^2i)$	5. Вычислите: $(6x^3 + yi) \cdot (-6x^3 + yi)$
6. Разложите на множители: а) $x^2 + 1$; б) $25x^2 + 9y^2$	6. Разложите на множители: а) $x^2 + y^2$; б) $16x^2 + 9y^2$
7. Решите уравнения: а) $x^2 + x + 1 = 0$; б) $x^2 + 2x + 2 = 0$	7. Решите уравнения: а) $5x^2 = 7x + 3 = 0$; б) $2x^2 + 2x + 1 = 0$
8. Выполнить умножение, деление и возведение в степень к.ч. $(z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}, z_1^2, z_2^3)$, если а) $z_1 = \cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3}$, $z_2 = 2(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3})$ б) $z_1 = e^{i\frac{\pi}{5}}$; $z_2 = e^{i\frac{4\pi}{5}}$	8. Выполните умножение, деление и возведение в степень к.ч. $(z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}, z_1^2, z_2^3)$, если а) $z_1 = 3(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4})$, $z_2 = 2(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4})$ б) $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}}$; $z_2 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$
9. Запишите в тригонометрической и показательной форме к.ч. а) $z = \sqrt{3} + i$; б) $z = -1 + i$	9. Запишите в тригонометрической и показательной форме к.ч. а) $z = \sqrt{3} - i$; б) $z = 1 - i$

Самостоятельная работа №14

«Решение задач, применяя формулу Бинома Ньютона»

Цель: изучение и первичное осознание нового учебного материала, осмысление связей и отношений в объектах изучения. Познакомиться с биномом Ньютона, показать его связь с треугольником Паскаля.

1) Изучив тему, письменно ответьте на вопросы:

1. Понятие бинома Ньютона

2. Свойства бинома и биномиальных коэффициентов
 3. Типовые задачи по теме «Бином Ньютона»
 4. Задачи, сводящиеся к использованию формулы бинома Ньютона (нестандартные задачи по теме «Бином Ньютона»)
- 2) Устный ответ на основе написанного конспекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2014. – 271 с.
2. Александров А.Д. Математика : алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / А.Д. Александров, А.Л. Вернер, В.И. Рыжик. – М. : Просвещение, 2014. – 272 с.
3. Башмаков М.И. Математика. Задачник : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 4-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 416 с.
4. Башмаков М.И. Математика : учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.И. Башмаков. – 9-е изд., стер. – М. : Издательский центр «Академия», 2014. – 256 с.
5. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014. – 431 с.
6. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М. : Просвещение, 2014. – 464 с.
7. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10–11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и углубл. уровни / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. – М. : просвещение, 2014. – 255 с.
8. Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2014. – 415 с.
9. Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М. Столбов, А.Н. Головин. – М. : Просвещение, 2014. – 463 с.